Asignación Escolar: Teoría y Aplicaciones

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Doble grado en Economía- Matemáticas y Estadística

Trabajo de Fin de Grado

María Belén Hípola Ulecia

Dirigido por Carmelo Rodríguez-Álvarez

Curso Académico 2019/2020

Convocatoria de Febrero 2020

Índice

Resumen

La asignación de estudiantes a plazas con financiación pública es un problema al que se ha prestado especial atención desde los importantes cambios en los mecanismos de asignación de grandes ciudades como Nueva York y Boston. En 2005 se pusieron de manifiesto los problemas de manipulación, congestión e inestabilidad que evidenciaban la necesidad de estudiar la reforma del sistema.

En este trabajo se van a analizar los mecanismos más utilizados en la asignación escolar, además de sus propiedades y los *trade-off* existentes entre las mismas. Se describirán los casos de Nueva York y Boston, además del sistema en vigor en España. Adicionalmente, se expondrán los resultados de un experimento natural y de un modelo estructural que han sido desarrollados con datos de Barcelona. Por último, se analizarán los resultados de un ejercicio de simulación para el caso de Madrid.

1. Introducción

La asignación escolar es un tema muy relevante a nivel económico por varios motivos. Por un lado, puede tener repercusión a nivel de igualdad de oportunidades, dado que la educación es un importante ascensor social (Requena, 2016). Por otro lado, desde la perspectiva de diseño de mecanismos, se presenta como un problema de asignación con varias particularidades (Abdulkadiroglu & Sönmez, 2003).

Una característica esencial de la asignación de estudiantes a plazas escolares financiadas públicamente es por diseño el papel irrelevante de los precios. Pese a que las plazas escolares son susceptibles de ser asignadas por el mercado a través del mecanismo de precios, el Estado utiliza criterios para determinar qué estudiante obtiene una plaza en cada colegio (financiado públicamente) que no dependen del precio que estarían dispuestos a pagar las familias por la admisión.[1] Esto es así porque se trata de un sistema donde la educación pública es garantizada hasta un determinado nivel. En ausencia de precios que permitan encontrar un equilibrio competitivo entre oferta y demanda, se hace necesario establecer otro tipo de reglas que proporcionen equilibrios. La asignación escolar es también importante a nivel urbanístico o sociológico. El Premio Nobel Alvin Roth, considera en el best-seller *"Who Gets What and Why"* (Roth , 2015, Cap. 7) que "[…] (E)l acceso efectivo a educación pública de calidad está generalmente

[1] Nunca se van a incorporar colegios privados al mecanismo, dado que esa asignación sí que viene determinada por precios.

visto por los economistas y planificadores urbanos como una de las claves para que las ciudades prosperen".

El funcionamiento de los mecanismos de asignación escolar consiste en que las familias proporcionen una lista ordenada de preferencias sobre los colegios, y unos criterios que determinan las prioridades que pueden tener los estudiantes para obtener la admisión en cada colegio. Con la información de las preferencias de los estudiantes y las prioridades de los colegios, un algoritmo determina la asignación de las plazas disponibles entre los solicitantes.

En función de si los colegios se consideran participantes activos en la asignación o simplemente meros proveedores de servicios se definirá un problema de asignación unilateral (*one-sided*) o bilateral (*two-sided*). Por ejemplo, en España o Boston, los criterios de prioridad están determinados y fijados a priori por los respectivos gobiernos regionales y los colegios no son parte activa en el proceso de asignación (one-sided). En otros entornos, como en la ciudad de Nueva York los centros escolares públicos, tienen un elevado grado de libertad a la hora de determinar los criterios de admisión y muestran comportamiento activo y estratégico en el proceso, y por tanto es un proceso bilateral (Abdulkadiroglu et al., 2005).

Las reglas de asignación y *matching* también se pueden aplicar en el intercambio de riñones (Roth, Sönmez, & Ünver, 2004), el mercado de médicos residentes (Roth A. E., 1984a), la admisión en universidades (Gale & Shapley, 1962), emparejamiento online (Hitsch, Hortaçsu, & Ariely, 2010), y la admisión en colegios (Abdulkadiroglu & Sönmez, 2003).

En este trabajo se analizará el problema de asignación de estudiantes a centros escolares desde la perspectiva del diseño de mecanismos. En la primera parte, se formaliza el problema de asignación y de definen las propiedades que se busca conseguir. En la sección 2 se describe el funcionamiento de los algoritmos más conocidos: Aceptación inmediata, Aceptación diferida y Ciclos de intercambio óptimo. En la sección 3 se analizan los casos de Nueva York y Boston, donde varios expertos en diseño de mecanismos participaron en cambiar el sistema de asignación. Por último, en el apartado 4 se describe el sistema en España, prestando especial atención a dos experimentos que se han realizado con datos de Barcelona: experimento natural con cambio de zonas residenciales (Calsamiglia, 2011) y modelo estructural de preferencias (Calsamiglia et al., 2020). Adicionalmente, se realiza un ejercicio de simulación para Madrid.

2. El problema de asignación

Un problema de asignación escolar consta de los siguientes elementos:

- Se considera un conjunto de estudiantes I={$i_1, i_2, \dots, i_n$},
- un conjunto de colegios S={$s_1, s_2, \dots, s_m$}
- que tiene asociado un vector de capacidad correspondiente a las plazas disponibles en cada escuela q={$q_{s1}, q_{s2}, \dots, q_{sm}$},
- Un perfil de las preferencias estrictas de los alumnos sobre las escuelas P=($P_{i1}, P_{i2}, \dots P_{in}$).
- una estructura de prioridades estrictas de los colegios sobre los alumnos $\pi = (\pi_{s1}, \dots, \pi_{sm})$.

El orden de prioridades y las preferencias son relaciones transitivas, reflexivas, antisimétricas y completas.

El problema consiste en encontrar para cada problema a una asignación μ, que es una función definida sobre el conjunto de colegios y de alumnos (S ∪ I) y cuya imagen está definida sobre el conjunto de todas las combinaciones posibles entre colegios y alumnos (2^I ∪ S). [2] De esta forma el objetivo de este problema de asignación es encontrar una función $\mu: S \cup I \rightarrow 2^I \cup S$ que satisfaga las siguientes propiedades:

1) Los alumnos solo pueden ser asignados a los colegios disponibles o a una opción externa (denotada por sí mismos {i}): $\mu(i) \epsilon S \cup \{i\}$.
2) Los colegios reciben una asignación del conjunto de todas las posibles combinaciones de alumnos: $\mu(S) \epsilon 2^I$.

[2] Las posibles combinaciones resultan de considerar para cada colegio (S) y para cada alumno si están asignados el uno al otro. Por tanto, para cada colegio en el conjunto S tenemos dos posibilidades (sí/no) para cada uno de los alumnos en el conjunto I (2^I).

3) Al alumno i se le puede asignar el colegio s si y solo si al colegio s también se le asigna el alumno i: $\mu(i) = s \leftrightarrow i \epsilon \mu(s)$.
4) Los colegios no pueden ser asignados un número mayor de alumnos que su capacidad disponible: $|\mu(S)| \leq q_s$.

Una regla de asignación o mecanismo, es un algoritmo que dado el conjunto de estudiantes, colegios, plazas disponibles y criterios de prioridad, selecciona un matching para cada perfil de preferencias de los estudiantes.

Propiedades

Lo relevante a la hora de diseñar el mecanismo de asignación es que proporcione asignaciones que tengan determinas propiedades. En la literatura sobre asignación escolar (*School Choice)* las más frecuentes son las estabilidad y eficiencia. Además, también se busca que el mecanismo no esté sujeto a manipulación (*strategyproofness*) (Abdulkadiroglu & Sönmez, 2003), (Haeringer, 2018).

Estabilidad

Una asignación μ es estable si:

1. Es racional a nivel individual: $\forall i \epsilon I \ \mu(i)$ es preferido débilmente a no tener asignación.
2. No existe desperdicio. Si existe un colegio que el alumno prefiere al que ha sido asignado, entonces necesariamente eso implica que el colegio que prefiere ha llenado su capacidad: $\forall i \epsilon I \ \forall s \epsilon S \ si \ sP_i\mu(i)$[3] $\rightarrow \ |\mu(S)| = q_s$
3. No hay envidia justificada. Si un estudiante prefiere otro colegio al que ha sido asignado, necesariamente no hay ningún estudiante con menos prioridad que él que haya sido asignado al colegio que prefiere: $\forall i, j \epsilon I \ si \ \ \mu(j) = s \epsilon S \ y \ sP_i\mu(i) \rightarrow j\pi_s i$[4].

Esta propiedad es deseable porque evita que existan parejas de colegios y alumnos (s, i) que bloqueen la asignación. Si un alumno prefiere un colegio distinto al de su asignación, y ese colegio da prioridad a ese alumno sobre otro que tiene asignado, ambos tienen incentivos para ignorar la asignación y autoasignarse el uno al otro. Adicionalmente, la ausencia de estabilidad puede provocar que haya disputas legales por la asignación de plazas a estudiantes con menos puntos que otros que hubiesen solicitado esas plazas. Esta propiedad está muy relacionada con el concepto de equilibrio competitivo en mercados con precios, dado que en estas asignaciones ningún lado del mercado tiene incentivos para desviarse.

---

[3] La notación $sP_i\mu(i)$ indica que el colegio s es preferido por el estudiante i (P_i) a su asignación ($\mu(i)$).
[4] La notación $j\pi_s i$ indica que el estudiante j tiene más prioridad que el estudiante i para el colegio s.

Eficiencia

Una asignación μ es eficiente si no existe otra asignación μ' tal que:

1. Todos los estudiantes prefieran débilmente la asignación μ' a μ $(\mu' Pi \mu)$.
2. Existe al menos un estudiante que prefiera estrictamente la asignación μ' a μ $(\mu' Pi \mu)$.

La eficiencia se mide desde el punto de vista de los alumnos, dado que se considera que los colegios son proveedores de servicios. Esta propiedad es deseable porque indica que no hay otra asignación que permita mejorar la asignación de un estudiante sin empeorar la de otro. Si no fuera eficiente esto querría decir que existe una asignación alternativa que mejoraría al menos a un estudiante sin empeorar al resto.

No manipulación

Según esta propiedad, revelar las verdaderas preferencias es una estrategia débilmente dominante para todos los estudiantes. Es decir, no existen incentivos para que algún estudiante prefiera manipular el orden de sus preferencias para obtener una asignación mejor a la que obtendría en caso de revelar sus verdaderas preferencias.

No manipulación implica que las familias no tienen necesidad de hacer estrategia a la hora de revelar sus preferencias, sino que se limitan a trasmitirlas. Este punto es importante porque evita que tengan ventaja aquellos hogares que conozcan mejor la regla de asignación y hagan estrategias para mejorar sus posibilidades.

En general, las propiedades de estabilidad y eficiencia no son compatibles.[5] Por otro lado, sí es posible que un mecanismo no sea manipulable y al mismo tiempo sea estable o eficiente (Roth A. E., 1982).

Por tanto, a la hora de elegir el mecanismo que se desea establecer es importante priorizar las propiedades deseables: ¿Es preferible obtener asignaciones estables y un mecanismo no manipulable a pesar de que las asignaciones no sean eficientes? ¿Es mejor tener un mecanismo que proporcione asignaciones eficientes y que no sea manipulable, y renunciar a la estabilidad? Estas preguntas tienen que ser respondidas por los agentes que tomen las decisiones en base a sus criterios sobre las propiedades. Se ha argumentado que esta decisión depende de cómo se interprete la naturaleza de las prioridades (Haeringer, 2018). Si se decide que las prioridades son propiedad de los estudiantes y pueden transferirlas, entonces se preferirá un mecanismo que proporcione asignaciones eficientes. En caso de que las prioridades no se consideren transferibles, y se dé más importancia a la eliminación de la envidia justificada, la propiedad del mecanismo que se priorizará será la estabilidad.

[5] Sin embargo, es posible que para casos específicos de prioridades y preferencias, las asignacines estables también pueden ser eficiente (Ergin, 2002).

3. Los algoritmos

Los algoritmos más usados para la asignación de estudiantes a colegios son los siguientes: Aceptación Inmediata, Aceptación diferida y Ciclos de Intercambio Óptimos (Haeringer, 2018).

Todos los algoritmos tienen en común que en primer lugar los estudiantes envían sus preferencias, y son ordenados según su prioridad para cada uno de los colegios según determinados criterios de zona, renta, hermanos en el colegio, etc.

Aceptación inmediata

Una vez se tienen las preferencias de los estudiantes y su puesto en el orden de prioridades de cada colegio se puede proceder con la asignación. El algoritmo es iterativo y los pasos son los siguientes:

<u>Algoritmo Aceptación Inmediata</u>

> Paso 1. Se consideran los colegios puestos en primer lugar en el orden de preferencias de los estudiantes. Se asignan estudiantes a su colegio preferido según el orden de prioridad de dichos colegios hasta que se alcance el límite de la capacidad de estos. Los colegios que llenen sus plazas en este paso y los alumnos que han sido asignados a su colegio preferido son eliminados de los conjuntos I y S para los siguientes pasos.
>
> Paso k (k>1). Se consideran los alumnos y colegios que todavía permanecen en los conjuntos I y S. Se asignan estudiantes a los colegios puestos en el lugar k-ésimo del orden de preferencias según sus prioridades en dichos colegios hasta que se acaben las plazas. Se retiran los estudiantes asignados y los colegios que se han llenado en este paso.
>
> El algoritmo para cuando todos los estudiantes han sido asignados a un colegio o todos los colegios han llenado sus plazas.

Las propiedades del algoritmo de aceptación inmediata son las siguientes:

- La asignación no es necesariamente estable

  Al admitir a los estudiantes de la ronda anterior de forma inmediata, es posible que un alumno que solicite en segunda opción un colegio muy demandado se quede sin plaza, a pesar de que en la primera ronda sí que fueran aceptados otros alumnos con menor prioridad (envidia justificada).

- La asignación es eficiente

  Dado que las admisiones se hacen por rondas del orden de preferencias y son inmediatas, no es posible encontrar una asignación que mejore la asignación de un alumno sin empeorar la de otro. La aceptación definitiva en cada etapa por orden de preferencias hace que todos los anteriores alumnos estén asignados a sus colegios preferidos que quedaban libres, haciendo que no se pueda mejorar a un alumno sin empeorar a otro.

- El mecanismo es manipulable

  Para colegios muy demandados las plazas se agotarán en la primera fase, dado que muchos alumnos lo pondrán el primero en su lista de preferencias. Esto hace que i) los alumnos que quieran ponerlo el segundo o por debajo en su lista de preferencias sepan que es una opción perdida, dado que es seguro que las plazas no lleguen a la segunda ronda, y ii) los alumnos que quieran ponerlo en su primera opción y no tengan muchas posibilidades pueden prever que es una opción muy arriesgada. Claramente, la elección de la primera opción es muy importante, y los estudiantes pueden tener incentivos a no demandar su colegio más preferido si consideran que no tienen la suficiente prioridad para asegurarse una plaza en el colegio. En este caso, los estudiantes podrían ser conservadores y demandar un colegio menos preferido, pero con suficiente prioridad que prácticamente asegure su admisión.

La particularidad del algoritmo que motiva a los hogares a hacer estrategia es la probabilidad decreciente de ser asignado a un colegio según aumentan los pasos del algoritmo. La importancia de elegir bien la primera opción es lo que lleva a las familias a hacer estrategia a la hora de revelar sus preferencias.

Un ejemplo que ilustra estas propiedades se expone a continuación. Las prioridades de tres colegios (A, B, C) sobre tres alumnos (Javier, Álvaro y Elisa) y las preferencias de los alumnos sobe los colegios son las siguientes:

Prioridades				Preferencias		
A	**B**	**C**		**Javier**	**Álvaro**	**Elisa**
Javier	Álvaro	Elisa		A	A	B
Álvaro	Elisa	Javier		B	B	A
Elisa	Javier	Álvaro		C	C	C

Tabla 1: Aceptación Inmediata.

Cada colegio tiene capacidad para un alumno. Dado que Álvaro ha puesto en su primera opción el colegio A y Javier también, el resultado en el primer paso es que el colegio A es asignado a Javier porque está primero en el orden de prioridad del colegio A. Como en el primer paso Elisa es la única que solicita el colegio B entonces es asignada a dicho colegio. El único sin asignar tras el paso 1 es Álvaro, y solo queda plaza en el colegio C, que es su última opción en su lista de preferencias. Por tanto, finalmente el algoritmo de aceptación inmediata resulta en las asignaciones (A, Javier), (B, Elisa) y (C, Álvaro). Álvaro tiene envidia justificada, dado que Elisa ha sido asignada al colegio B a pesar de tener menos prioridad que él en ese colegio. Por otro lado, la asignación es eficiente dado que no se puede mejorar a Álvaro sin empeorar a Elisa o Javier. Si Álvaro es estratégico prudente, puede anticipar que este escenario puede ocurrir y en vez de revelar su verdadero orden de preferencias, transmitir el orden alternativo (B, A, C). En ese caso, sería asignado al colegio B, y preferiría este resultado al que obtendría si revelase sus verdaderas preferencias.

Aceptación Diferida

El algoritmo de aceptación diferida fue propuesto por Gale y Shapley (Gale & Shapley, 1962) para la asignación de estudiantes a universidades y para establecer matrimonios estables (*stable marriage problem).* Desde los años 50 se ha aplicado para establecer el *matching* de médicos residentes a puestos en hospitales (Roth A. E., 1984a).

El algoritmo de aceptación diferida es muy similar al algoritmo de aceptación inmediata, y la diferencia principal reside en cómo se trata en cada paso la asignación de los estudiantes que han sido asignados una plaza en un colegio en los pasos anteriores. Al modificar este aspecto del algoritmo de aceptación inmediata se consigue suprimir los incentivos de hacer estrategia. Este algoritmo permite que los alumnos que han puesto el mismo colegio en distinto orden en sus listas de preferencias compitan al mismo nivel por entrar. Por tanto, no tiene más posibilidad de ser asignado aquel que lo haya puesto en primer lugar. Los pasos son los siguientes:

<u>Algoritmo Asignación Diferida con Propuesta de Estudiantes.</u>[6]

> Paso 1. Se consideran los colegios puestos en primer lugar en el orden de preferencias de los estudiantes. Se asignan estudiantes a los colegios que han puesto en primer lugar según el orden de prioridad de dichos colegios hasta que se alcance el límite de la capacidad de estos.
>
> Paso k (k>1). Se consideran los colegios puestos en el puesto k en las listas de preferencias de los alumnos. Las plazas disponibles de cada colegio son

[6]: Los estudiantes proponen primero a los colegios. El mecanismo proporciona la asignación estable más eficiente dentro de todas las posibles asignaciones estables que existen. (Student Optimal Stable Matching SOSM). Si se utilizase el algoritmo en que son los colegios quienes proponen a los estudiantes, la regla de asignación asociada no verificaría ni eficiencia ni no manipulación (Roth & Sotomayor, 1988).

asignadas según su orden de prioridad para todos los alumnos que lo han pedido tanto en el paso k como en los anteriores. Se asignan las plazas hasta que se llene el límite del colegio.

Las propiedades del algoritmo de aceptación diferida son las siguientes:

- La asignación es estable

  Dado que todos los alumnos que han pedido un colegio antes del paso k son considerados juntamente con los del paso k para la asignación no puede haber envidia justificada. Esto se debe a que no es posible que un alumno con menos prioridad que otro sea admitido en las etapas previas del algoritmo de forma definitiva, dejando en un colegio menos preferido a un estudiante con más prioridad.
- La asignación no es necesariamente eficiente

  Dado que ahora la asignación definitiva no se hace según los órdenes de las preferencias de los alumnos, no se puede afirmar que no existe una asignación que mejore a al menos un alumno sin empeorar a otro.
- El mecanismo no es manipulable

  Por lo mencionado anteriormente, al hacer que las primeras posiciones de la lista de preferencia no tengan ventaja sobre las siguientes a la hora de realizar la asignación, no queda lugar para manipular las preferencias. Dado que adelantar la posición revelada no proporciona ventaja, la única forma de manipular el resultado es revelando una posición inferior a la real, lo cual empeoraría la asignación resultante. Por tanto, no hay incentivos para revelar un orden de preferencias distinto al real.

Un resultado relevante sobre este mecanismo es que para cualquier regla de desempates que se establezca se tiene que no existe ningún mecanismo no manipulable que domine el de aceptación diferida (Abdulkadiroğlu et al, 2009).

A continuación, se aplica el algoritmo de aceptación diferida al ejemplo puesto en el apartado anterior con una modificación en las preferencias de Javier[7] (se han permutado las posiciones de A y B):

Prioridades				Preferencias		
A	**B**	**C**		**Javier**	**Álvaro**	**Elisa**
Javier	Álvaro	Elisa		B	A	B
Álvaro	Elisa	Javier		**A**	**B**	A
Elisa	Javier	Álvaro		C	C	**C**

Tabla 2: Asignación Diferida.

En un primer paso se realizan las siguientes asignaciones provisionales: (A, Álvaro) y (B, Elisa). En el siguiente paso se consideran las preferencias tanto del paso 1 como del paso 2, determinando las siguientes asignaciones provisionales: (A, Javier), (B, Álvaro), ({Elisa}, Elisa). En el último paso Elisa es asignada al colegio C y las asignaciones finales son las siguientes: (A, Javier), (B, Álvaro) y (C, Elisa). La asignación es estable, dado que es racional a nivel individual, no da lugar a desperdicio y no hay envidia justificada. Sin embargo, no es eficiente, dado que existe otra asignación estrictamente más preferida por Javier y Álvaro, y débilmente preferida por Elisa: (B, Javier), (A, Álvaro) y (C, Elisa).

[7] Se han modificado para mostrar la pérdida de eficiencia. Nótese que si las preferencias no se modifican el resultado de la asignación es estable y eficiente.

Ciclos de Intercambio Óptimo (TTC)

El algoritmo de Ciclos de Intecambio Óptimo (Top Trading Cycles, TTC) fue concebido por Gale y formalizado por Shapley y Scarf (Shapley & Scarf, 1974). Los pasos de este algoritmo son los siguientes:

Algoritmo TTC

Paso 1. Establecer como la capacidad restante del colegio s como $q_s^{paso1} = q_s$. Cada estudiante apunta a su colegio preferido, y los colegios apuntan al estudiante con mayor prioridad dado su orden de prioridades. Si un estudiante se encuentra dentro de un ciclo[8] se le asigna al colegio al que apunta y se le quita del conjunto de estudiantes. Se reduce la capacidad del colegio al que ha sido asignado en una unidad ($q_s^{paso\ 2} = q_s^{paso1} - 1$). Si la capacidad restante del colegio es 0 entonces se quita al colegio del conjunto de colegios.

Paso k, k>1. Se vuelven a establecer flechas saliendo de los estudiantes restantes y hacia sus colegios preferidos, y de los colegios restantes hacia el estudiante con mayor prioridad. Los estudiantes que pertenecen a un ciclo son asignados a sus colegios preferidos y las capacidades de esos colegios descienden en una unidad ($q_s^{paso\ k+1} = q_s^{paso\ k} - 1$). Los estudiantes asignados y los colegios con $q_s^k = 0$ son eliminados de los conjuntos de estudiantes y colegios respectivamente.

El algoritmo termina cuando todos los estudiantes han sido asignados o todos los colegios han agotado sus plazas.

[8] Las flechas que salen de señalar empiezan y terminan en el mismo estudiante.

Las propiedades del TTC son las siguientes:

- La asignación obtenida es eficiente.

  No es posible encontrar una asignación que mejore a algún estudiante sin perjudicar a otro, porque si ese fuera el caso se habría formado un ciclo a través del algoritmo TTC y ya habrían sido asignados de esa forma.

- La asignación no es necesariamente estable.

  Es posible que se de envidia justificada entre alumnos al permitir que las asignaciones sean transferibles a otros alumnos que no hubieran podido entrar en el colegio según su orden de prioridades. Este mecanismo no utiliza las prioridades salvo para asignar inicialmente los colegios con los que se va a realizar el intercambio.

- El mecanismo no es manipulable.

  Es una estrategia débilmente dominante revelar las preferencias, dado que el no hacerlo imposibilitaría mejorar la asignación que vendría dada por las prioridades de los colegios. Esto ocurre porque manipular el orden de preferencias no posibilita entrar en los ciclos que se han formado.

Este algoritmo parte de la consideración de que las asignaciones son transferibles entre alumnos. Un ejemplo simple que ilustra esta transferibilidad, que otorga eficiencia a costa de estabilidad en la mayoría de los casos, es el siguiente: a Javier le ha tocado el colegio A pero prefiere el colegio B, y a Elisa le ha tocado el colegio B y prefiere el A. Dado que se ha formado un ciclo, el algoritmo TTC resultaría en un intercambio de sus asignaciones, que mejoraría el resultado de ambos. Sin embargo, supongamos que adicionalmente hay un tercer alumno, Álvaro, que quiere ir al colegio A, pero que ha sido asignado al colegio C. Además, el orden de prioridades para el colegio A es Javier π_AÁlvaro π_A Elisa. Si Javier y Elisa se intercambian colegios ambos estarían estrictamente mejor que con la anterior asignación, pero Álvaro tendría envidia justificada, dado que Elisa ha sido finalmente asignada al colegio A, que es el que él prefiere, a pesar de tener menos prioridad que él.

4. *School Choice* en Boston y Nueva York

Los problemas observados en la asignación de públicas en los principales distritos escolares norteamericanos como Boston y Nueva York justificaron el análisis de los detalles institucionales de ambos modelos y las principales propuestas de reforma que han sido trasladadas con posterioridad a todo el mundo.

Boston

Boston es el ejemplo clásico de uso del algoritmo de aceptación inmediata. Tanto es así, que a menudo se denomina "*Boston mechanism*" a este algoritmo. En 2003 se publicó un artículo en el *Boston Globe* (Cook, 2003) que exponía las deficiencias del sistema de asignación a la luz de los resultados entonces recientemente publicados por (Abdulkadiroglu & Sönmez, 2003). A raíz de este artículo, el organismo de Boston Public Schools (BPS) solicitó que un grupo de expertos evaluara el sistema e hiciera propuestas de mejora. Los integrantes de este grupo fueron Atila Abdulkadiroglu, Parag A. Pathak, Alvin E. Roth y Tayfun Sönmez y publicaron sus conclusiones en 2005 (Abdulkadiroğlu et al., 2005b). A continuación, se exponen las características del sistema anterior y las propuestas de mejora del grupo de expertos.

<u>Situación inicial</u>

La asignación en Boston se realiza en cuatro cursos: K (*Kindergarten*), 1st, 6th y 9th. En 2004 el número de estudiantes entrando en cada uno de estos cursos era de 4,800, 4,000, 4,300 y 4,000 respectivamente (Abdulkadiroğlu et al., 2005b). Los estudiantes entrando en primaria y secundaria (*elementary and middle school*) pueden solicitar colegios dentro de su zona residencial, además de otros 5 colegios de cualquier otra área. Para aquellos entrando en la última etapa escolar (*high school*) se puede solicitar cualquiera de los 18 institutos de todas las zonas. Adicionalmente, hay 13 institutos que tienen un sistema de admisión especial, y otros 3 colegios especializados que directamente están fuera del sistema centralizado.

En Boston los órdenes de prioridad son centralizados, de forma que los colegios que no tienen sistemas de admisión especiales se rigen por los mismos criterios a la hora de otorgar prioridad a los estudiantes. En primer lugar, tienen mayor prioridad aquellos estudiantes con hermanos en el colegio. El siguiente conjunto de alumnos prioritarios es el de aquellos que viven en la zona residencial asociada al colegio (*walking zone).* Sin embargo, ellos solo tienen prioridad sobre la mitad de las plazas. Por último, para crear órdenes estrictos dentro de cada conjunto se utilizan número aleatorios.

El algoritmo empleado antes del cambio era el de aceptación inmediata. Como se ha comentado anteriormente, este algoritmo es manipulable. Esta era una de las principales deficiencias señaladas por G. Cook en el artículo del *Boston Globe* del 9 de septiembre de 2003:

"Los padres que aprenden cómo funciona el sistema empiezan a hacer estrategia mintiendo sobre sus primeras opciones, poniendo en primer lugar un colegio no tan bueno con la esperanza de que tendrán más posibilidades de conseguir plaza."

Aquellos alumnos que no eran asignados pasaban a formar parte de una lista de espera. En el curso 2002/2003 el 11% de los alumnos entraron en listas de espera tras la ronda de asignación. Finalmente, si no conseguían entrar en los colegios a través de las listas de espera eran asignados administrativamente al colegio más cercano con plazas libres (Abdulkadiroğlu et al., 2005b).

Propuestas

La propuesta del grupo de expertos se basaba en el análisis de los dos algoritmos: de aceptación diferida y TTC. Señalaron el *trade-off* entre estabilidad y eficiencia, y recomendaron que se adoptara el TTC. Sin embargo, el BPS no se decidió hasta 2007, cuando cambiaron el algoritmo por el de aceptación diferida (Haeringer, 2018). El motivo que les llevó a descartar el TTC es que "permite que los estudiantes se intercambien sus prioridades por plazas en otros colegios. Este intercambio traslada el énfasis de los objetivos que se propone BPS al otorgar estas prioridades en un primer lugar, y lo sitúa en las prioridades en sí" (Boston School Committee, 2020).

Nueva York

Nueva York cambió su sistema de asignación en el curso 2003-2004 debido a varios problemas que había en el sistema anterior (Abdulkadiroglu et al., 2005a). En los siguientes apartados se describirá el sistema anterior con sus problemas y el nuevo sistema con los cambios que se han observado en el primer año de su entrada en vigor.

Situación inicial

El sistema de asignación en Nueva York era muy complejo: varios tipos de admisión,[9] descentralizado, con más de 500 colegios y 90,000 estudiantes entrantes cada año (Abdulkadiroglu et al., 2005a).

El sistema sufría de problemas de congestión, dado que cada año un tercio de los estudiantes quedaba sin oferta y tenía que ser asignado de forma administrativa al colegio más cercano con plazas libres. Además, el sistema estaba sujeto a manipulación, dado que las familias sabían que los colegios podían ver su lista de preferencias y ser más favorables a aquellos estudiantes que les ponían en las primeras posiciones de su lista de preferencias. Dado el elevado riesgo de quedar sin asignación, muchas familias tenían que adoptar un comportamiento estratégico y no revelar sus verdaderas preferencias, sino unas preferencias más conservadoras para asegurar una plaza en un colegio aceptable. Por otro lado, se sabía también que los colegios también mostraban estrategia a la hora de esconder determinadas plazas de la administración para asignarlas a posteriori según sus propias consideraciones.

[9] Unscreened: Admisión por loteria, Screened: Admisión por evaluación individual, Zoned:, Admisión por zona residencial, Educational Option (EdOpt): Admisión por evaluación individual (50%) con restricción adicional de dar el 16% de estas plazas a aquellos con mejor nota, el 68% a aquellos con notas medias y el 16% restante a los que tengan peores notas. El otro 50% se asigna por lotería.

La regla de asignación funcionaba de la siguiente forma:

1. Los alumnos realizan la lista de preferencias (**máximo 5 colegios**).
2. Los colegios reciben las listas, pudiendo verlas al completo.
3. Los colegios hacen ofertas de admisión a los estudiantes que quieren admitir, además de poner a otros en lista de espera y rechazar a los restantes.
4. Los estudiantes que reciben ofertas de los colegios (pueden recibir más de una) pueden aceptar una oferta de admisión y una de lista de espera como máximo.
5. Una vez se han recibido las respuestas de los alumnos, el proceso se repite dos veces más.

Los alumnos que no conseguían una admisión a través de este proceso porque no recibían ofertas o rechazaban todas las que les llegaban eran asignados de forma administrativa.

<u>Después de la reforma</u>

Los diseñadores del nuevo sistema (Abdulkadiroglu et al., 2005a) decidieron modificar varios aspectos del sistema anterior además del algoritmo. Era necesario centralizar el sistema, de forma que los colegios no pudieran adaptar sus prioridades a las preferencias reveladas por los alumnos. Adicionalmente, al centralizar el sistema se podía asegurar que ningún alumno recibiera más de una oferta.

A efectos del algoritmo, se decidió implementar el algoritmo de aceptación diferida. Además, se aumentó el número máximo de colegios que se podían poner en la lista de preferencias, pasando de 5 a 12. A la hora de compaginar el algoritmo con las características del sistema de Nueva York se adaptaron las prioridades de los colegios según su tipología. Por ejemplo, los colegios que realizaban asignaciones a través de lotería eran considerados con prioridades aleatorias. La mitad de los colegios (la parte que iba por nota) de Educational Option se subdividían en 3 colegios a efectos del algoritmo según sus requisitos de distribución de nota (16 notas altas /68 notas medias /16 notas bajas). La otra mitad de los Educational Option se consideraba como prioridades de loterías (Abdulkadiroglu et al., 2005a).

Por otro lado, los colegios del tipo *specialized* hicieron que fuera necesario ejecutar el algoritmo dos veces hasta la obtención de la asignación definitiva. Esto fue necesario porque los colegios especializados quedaron excluidos de la asignación centralizada al tener su propia admisión por examen. Adicionalmente, los estudiantes que soliciten estos colegios también tienen derecho a solicitar los colegios de otros tipos por requisito de NYDOE[10]. Por tanto, en una primera ronda los estudiantes que soliciten colegio *specialized* y de otros tipos entran en el algoritmo junto con el resto de los alumnos que solo han pedido otro tipo de colegios. Los alumnos que han solicitado *specialized* y otro de otro tipo reciben una oferta/rechazo del *specialized* y una asignación de otro tipo de colegio que ha salido del algoritmo. Los alumnos que acepten la oferta del *specialized* son eliminados del conjunto de alumnos que entran en el algoritmo y este es ejecutado otra vez. Las asignaciones resultantes son las definitivas.

Para evitar que aquellos que se queden sin asignación no tengan preferencias sobre los colegios restantes con plazas, tal y como pasaba con el mecanismo anterior, se hace otra ronda más solicitando a los alumnos sin asignación una lista de preferencias de hasta 12 colegios sobre los colegios con plazas libres que queden. Dado que los responsables del sistema (NYCDOE) consideraban que ya no daba tiempo a solicitar a los colegios una lista de sus prioridades sobre los alumnos restantes, estas prioridades se establecieron por lotería. Finalmente, los

[10] New York City Department of Education

alumnos que quede sin asignación tras esta última ronda serían asignados administrativamente.

Resultados curso 2003/2004

En su primer curso en funcionamiento se realizaron asignaciones por el nuevo mecanismo para 70,000 estudiantes en su lista inicial. Por otro lado, 7,600 estudiantes que quedaron sin asignar pudieron ser asignados en una ronda posterior a un colegio con plazas disponibles que formaba parte de una lista de preferencias suplementaria. Finalmente, 3,000 tuvieron que ser asignados administrativamente. Esto supone una mejora sustancial con respecto a los 30,000 del curso anterior (Abdulkadiroglu et al., 2005a).

5. *School Choice* en España

Los colegios en España se pueden categorizar como públicos, concertados y privados.

En España la asignación de estudiantes a colegios e institutos se regula en la Ley Orgánica de Educación (LOE) del 2/2006 de 3 de mayo en el artículo 84. En esta ley se estipula en los puntos 1 y 2 lo siguiente:

1. *"Las Administraciones educativas regularán la admisión de alumnos en centros públicos y privados concertados de tal forma que garantice el derecho a la educación, el acceso en condiciones de igualdad y la libertad de elección de centro por padres o tutores. En todo caso, se atenderá a una adecuada y equilibrada distribución entre los centros escolares de los alumnos con necesidad específica de apoyo educativo."*

2. *"Cuando no existan plazas suficientes, el proceso de admisión se regirá por los criterios prioritarios de existencia de hermanos matriculados en el centro o padres o tutores legales que trabajen en el mismo, proximidad del domicilio o del lugar de trabajo de alguno de sus padres o tutores legales, rentas anuales de la unidad familiar, atendiendo a las especificidades que para su cálculo se aplican a las familias numerosas, y concurrencia de discapacidad en el alumno o en alguno de sus padres o hermanos, sin que ninguno de ellos tenga carácter excluyente y sin perjuicio de lo establecido en el apartado 7 de este artículo."*

Como se puede leer en el punto 1, son las Administraciones educativas quienes tienes que establecer la regulación de la admisión. En este caso, dichas Administraciones educativas son las Comunidades Autónomas (CCAA). Por tanto, si bien es cierto que los criterios prioritarios de admisión tienen que seguir las pautas establecidas en el punto 2 de la citada ley (hermanos, zona residencial, renta, familia numerosa, discapacidades) son las CCAA las que los establecen a nivel más específico.

En cada CCAA se asignan unos puntos a cada alumno en función de los criterios que han regulado en los decretos de estas. La asignación de alumnos a colegios públicos y concertados se realiza a través de un sistema centralizado y mediante el algoritmo de asignación inmediata (Calsamiglia, 2014). Los alumnos hacen una lista de preferencias y las envían para que el sistema centralizado realice la asignación mediante aceptación inmediata. [11] Una particularidad del sistema español es que la prioridad de cada alumno se establece con el colegio que ha puesto en primer lugar, y se mantiene para el resto de los colegios que incluya en la lista (Calsamiglia, 2014).

Experimentos en Barcelona

Cambio en las zonas residenciales

En Barcelona en 2007 se modificaron las zonas residenciales definidas para los puntos que asignan por ese motivo. Con anterioridad a 2007 estas zonas coincidían con los distritos de la ciudad, y aquellos que vivieran en un distrito tenían máxima prioridad para los colegios ubicados en el mismo (Calsamiglia, 2011). En 2007 se cambió la definición de las zonas, de forma que, en vez de ser fijas y coincidentes con los distritos, fueran variables y dependientes de cada dirección. De esta forma, para cada familia existiría una zona específica a su dirección. La nueva zona incluye los 6 colegios más cercanos, donde la mitad son concertados y la otra mitad públicos.

Es difícil estudiar lo exitosos que son los sistemas de asignación manipulables, dado que se desconocen las verdaderas preferencias de las familias y solo son observables las listas de preferencias reveladas. Esta modificación permite llevar a cabo un experimento natural, y permite determinar hasta qué punto las zonas residenciales determinan las preferencias reveladas por las familias (Calsamiglia, 2011). Dado que las zonas residenciales dan mucha prioridad, este experimento permite ver si las preferencias reveladas por las familias se mueven cuando se

[11] El número máximo de colegios que se pueden poner en la lista también depende de la CCAA.

mueven las zonas residenciales prioritarias. Así se podría ver si en vez de revelar sus verdaderas prioridades, lo que hacen las familias es revelar la zona en la que viven según la definición que se considere.

El experimento que se realiza en Barcelona (Calsamiglia, 2014) consiste en ver el colegio que solicitan en primera posición las familias. Se dividen los colegios en 4 tipos: YY, YN, NY y NN .[12] Con los datos de 2005-2010 se puede comprobar que entre 2006 y 2007 no aumenta el número de veces que se solicita como primera opción los colegios del tipo YN (dado que son menos seguros) y que no desciende para los colegios del tipo NY (que son más seguros). Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 3:

Colegios de cada tipo que figuran en primer lugar en la lista de preferencias (%)						
Tipo\Año	2005	2006	2007	2008	2009	2010
NN	10.5	10.9	6.4	8	8.3	7.7
YY	63.3	61.1	71.3	72.7	72.1	71.9
YN	19.4	20.3	11.5	8.4	8.6	9.3
NY	6.8	7.8	10.8	10.9	11	11

Tabla 3. Comportamiento Estratégico en Barcelona. Fuente: (Calsamiglia, 2011)

El porcentaje de colegios YN desciende de 20.3% a 11.5% entre 2006 y 2007, y los del tipo NY aumenta de 7.8% a 10.8%. Tanto entre 2005 y 2006 como entre 2008 y 2010 apenas hay cambios en la distribución de tipos. Se puede concluir que las familias modifican sus preferencias reveladas cuando cambia la zona que les da prioridad. Así, en lugar de solicitar en primer lugar los colegios que realmente prefieren, optan por expresar preferencia por aquellos para los que tienen más

[12] (Yes, Yes) significa que las familias pidieron ese colegio antes (2006) y después (2007) del cambio de zonas. El resto (Yes, No), (No, Yes), (No, No) indica lo respectivo para cada caso antes y después del cambio.

opciones de ser admitidos. Es decir, aquellos que pertenecen a su zona residencial prioritaria.

<u>Modelo estructural de las preferencias de las familias</u>

El cambio en las zonas residenciales de Barcelona fue usado de nuevo en (Calsamiglia et al., 2020) para desarrollar y validar un modelo estructural de las preferencias de las familias. Con los datos de 2006 (antes del cambio de zonas) desarrollan un modelo que validan usando los datos del 2007 (año posterior al cambio de zonas).

El modelo estructural estima por el método de máxima verosimilitud (GMM) los parámetros asociados a varias variables que influyen en las preferencias de las familias (distancia, calidad, educación de los padres, titularidad del colegio, precios, etc.). Con este modelo se pueden estimar las verdaderas preferencias de las familias, y necesarios para simular los efectos de diferentes mecanismos de asignación (Aceptación diferida, TTC) y obtener resultados que comparen eficiencia y estabilidad.

En términos de eficiencia y bienestar, (Calsamiglia et al., 2020) muestran que TTC es el que proporciona mayor ganancia de bienestar respecto al algoritmo de asignación inmediata. Sucede lo contrario con el mecanismo de aceptación diferida, puesto que se observa una pérdida de bienestar al cambiar de aceptación inmediata a diferida.

Finalmente, es posible examinar el coste en términos de bienestar del contrafactual de haber utilizado diferentes mecanismos. El algoritmo de aceptación inmediata es el que proporciona resultados más estables al ser el que más respeta el orden de prioridades. Se observa que esto se traduce en más estudiantes asignados a colegios en sus zonas residenciales. En términos de movilidad se obtiene que el mecanismo que permite que más estudiantes sean asignados a sus colegios favoritos fuera de sus zonas residenciales es el TTC, y el que menos lo permite es el de asignación diferida.

Por otro lado, otro aspecto relevante de las asignaciones está relacionado con las desigualdades en la calidad educativa entre las diferentes zonas. La misma geografía es una fuente de desigualdad en tanto que existe segregación urbana a nivel educativo y de renta (Glaeser et al.,2009). En parte debido a este motivo, la calidad de los colegios varía por zonas (Hamnett & Butler, 2007). Por tanto, frecuentemente se da el caso de que la calidad media de los colegios sea mayor en distritos escolares con rentas altas, y que ocurra lo contrario en distritos con rentas bajas. En (Calsamiglia et al., 2020) se comprueba quiénes son los que salen perdiendo y ganando de los cambios de mecanismo. Los resultados muestran que cambiar el algoritmo de aceptación inmediata al diferida crea más ganadores en familias que viven en zonas residenciales con mayor calidad media de colegios. Sin embargo, el paso del algoritmo de aceptación inmediata al TTC crea ganadores y perdedores con una calidad media en sus zonas residenciales muy parecidas.

Simulación de Efectos de Cambios de Prioridades en Madrid

Los datos de las listas de preferencias de los hogares y de las características de las familias no están disponibles al público. Por ello, para realizar un ejercicio práctico de asignación para este trabajo se han tenido que simular los datos. Se ha escogido como CCAA la Comunidad de Madrid, y se han hecho supuestos simplificadores sobre el sistema de prioridades. En Madrid se asignan puntos a cada familia en función de determinadas características. Al igual que en Barcelona, los puntos que recibe un estudiante por el colegio que pone en primer lugar en su lista son los que se mantienen de referencia para todas las rondas de asignación con cualquier otro colegio. Los puntos que se asignan por cada característica familiar están establecidos en el Boletín Oficial de la Comunidad de

Madrid (BOCM). El BOCM más reciente sobre las prioridades es el de 27 de mayo de 2019.

<u>BOCM 27/05/2019</u>

Los criterios prioritarios según el BOCM del 27 de mayo de 2019 son los siguientes:

- Hermanos que estudien en el mismo centro o padres que trabajen en el mismo (10 puntos / progenitor o hermano).
- Domicilio familiar o lugar de trabajo de los progenitores:
    - En el mismo municipio que el centro solicitado (4 puntos)
    - En adición a lo anterior, si se trata de la ciudad de Madrid, que se ubique en el mismo distrito que el centro solicitado (0.5 puntos)
    - En municipio distinto al del centro solicitado
- Progenitores que reciban la Renta Mínima de Inserción (2 puntos)
- Discapacidad del alumno, progenitor o hermanos (1.5 puntos)
- Familia números general (1,5 puntos) o especial (2,5 puntos)

Por otro lado, se especifican también unos criterios complementarios:

- Padres o hermanos que sean antiguos alumnos del centro solicitado (1.5 puntos)
- Criterio especificado por el centro que puede coincidir con alguno de los anteriores (1 punto)

Por último, se establecen unos criterios ordenados de desempate:

1. Mayor número de hermanos/progenitores que estudien o trabajen en el centro solicitado.
2. Mayor puntuación obtenida por proximidad del domicilio familiar/lugar de trabajo de los progenitores.
3. Mayor puntuación obtenida por discapacidad.
4. Mayor puntuación por familiar numerosa.

5. Mayor puntuación por RMI.
6. Mayor puntuación por condición de antiguo alumno.
7. Mayor puntuación en el criterio del centro.
8. Sorteo.

Simulación de los datos

Dado que no se dispone de datos de listas de preferencias para la Comunidad de Madrid, se va a hacer un ejercicio de simulación. El objetivo es ver qué tipo de alumnos salen beneficiados del cambio en la definición de prioridades que hubo en el curso 2013/2014 (Consejería de Educación, Juventud y Transporte, 2020).

Los cambios principales introducidos por la reforma son los puntos que se asignan por zona, la definición de la zona y una nueva categoría de puntuación para antiguos alumnos. Antes de la reforma las zonas a las que se les aplicaba la máxima puntuación eran aquellas que se encontraran en la "zona de influencia en la que esté ubicado el centro solicitado." (4 puntos), mientras que aquellas zonas limítrofes a la zona de influencia tenían 2 puntos y las restantes no tenían puntos. Con el cambio introducido en 2013 se eliminan las zonas de influencia, y pasan a considerarse los municipios. Aquellos hogares que se ubiquen en el mismo municipio donde se sitúe el colegio solicitado reciben 4 puntos y 0.5 adicionales si se trata del mismo distrito en la ciudad de Madrid. Aquellos que soliciten un colegio fuera del municipio en el que viven reciben 2 puntos. Por tanto, el peso de la residencia del hogar disminuye. Adicionalmente, se ha incorporado 1,5 puntos para los alumnos cuyos padres o hermanos hayan sido antiguos alumno del centro solicitado.

Para la simulación se definen tres zonas: Izquierda (L), Centro (C) y Derecha (R). Se considera que el 25% de los alumnos residen en L, el 50% en C, y el 25% restante en R. Se toman dos colegios en cada zona, donde los colegios en L y R son buenos (S_L, S_R) y los que tocarían por defecto (D_L, D_R), y los colegios de C son el concertado (K) y el público (P).

Se han considerado cuatro características para los hogares: domicilio, hermanos, opción privada, y antiguo alumno. Para la característica de domicilio se han considerados 3 categorías: en el municipio, en el distrito, y fuera del municipio. Para la característica de hermanos se han considerado 4 categorías: sin hermanos, 1 hermano, 2 hermanos, 3 hermanos o más. En la simulación de los datos se han utilizado como proxy los censos de 2011 del INE, específicamente los hogares según su tamaño por estructura de hogar para municipios de más de 100.000 habitantes o capitales de provincia (INE, 2020). La característica de opción privada se ha simulado de tal forma que el 10% de los hogares periféricos y el 15% de los hogares céntricos dispongan de esta opción. Estos hogares tienen la opción privada en segunda posición en el orden de preferencias. Para simular la variable de antiguo alumno (AA) se define en la Tabla 4 la distribución según la zona del hogar:

Zona/Colegio AA	***K***	***P***
L	0.2	0.2
C	0.4	0.3
R	0.2	0.2

Tabla 4: Distribución de *antiguo alumno* según zona

Por otro lado, la distribución de los órdenes de preferencia reales según la zona se presenta en la Tabla 5:

Zonas periféricas (L y R)		Zona centro (C)	
Orden	**Probabilidad**	**Orden**	**Probabilidad**
K > S > D	0.3	K > P > S_L	0.3
P > S> D	0.2	K > P > S_R	0.3
S > D	0.5	P > K >S_L	0.2
		P > K > S_R	0.2

Tabla 5: Distribución de preferencias reales según zona

Es necesario también definir el comportamiento estratégico que se espera observar por parte de las familias tanto antes como después de la reforma. En ambas situaciones se espera que los hogares que tienen opción privada revelen sus preferencias reales, dado que en el peor de los casos obtienen su segunda opción más preferida.

Se espera que antes de la reforma los hogares periféricos sin opción privada revelen S > D, dado que los puntos de zona pesan más y consideran más difícil entrar en su primera opción. Los hogares céntricos sin opción privada revelan P > S, dado que el colegio K es más demandado.

Tras la reforma los hogares periféricos revelan en primer lugar el colegio que les dé puntos por antiguo alumno, salvo aquellos que tengan puntos del colegio por defecto, que revelan la verdad. Los alumnos del centro revelan el colegio del que sean antiguo alumno si son K o P, y si no revelan P > S.

Una vez se han definido las preferencias reveladas, se asignan los puntos establecidos en el BOCM antes y después de la reforma para las características de las familias, que en este caso serían los puntos por zona, hermanos y antiguo alumno. Por último, se realiza la asignación mediante el algoritmo de asignación inmediata tanto para el caso pre-reforma como post-reforma. Se calculan los alumnos que mejoran o empeoran su asignación tras la reforma. Las siguientes tablas presentan los resultados medios en términos absolutos (y sus desviaciones), y relativos a los alumnos en cada zona tras 1000 simulaciones del ejercicio.

	Antes			Después		
Zona	**Media**	**%**	**Desv. Típica**	**Media**	**%**	**Desv. Típica**
L	2.38	5.94%	1.47	1.96	4.91%	1.17
C	1.71	4.29%	1.02	2.26	5.66%	1.49
R	2.23	5.56%	1.21	1.97	4.93%	1.01

Tabla 6: Alumnos que recurren a su opción privada antes y después de la reforma. Media y desviación típica de 1000 simulaciones.

La Tabla 6 permite observar que más alumnos del centro recurren a la opción privada tras la reforma, mientras ocurre lo contrario con los alumnos que residen en la periferia.

	Antes			Después		
Zona	**Media**	**%**	**Desv. Típica**	**Media**	**%**	**Desv. Típica**
L	12.43	31.08%	4.31	9.51	23.78%	3.80
C	4.17	10.43%	2.79	9.01	22.53%	3.18
R	11.79	29.48%	4.60	8.72	21.80%	4.15

Tabla 7: Alumnos que son asignados a colegios default antes y después de la reforma. Media y desviación típica de 1000 simulaciones.

Ocurre lo mismo con los alumnos que son asignados a los colegios *default.* La Tabla 7 muestra que más alumnos del centro son asignados a este tipo de colegios tras la reforma, mientras ocurre lo contrario con los periféricos.

	Primera real						Primera revelada					
	Antes			Después			Antes			Después		
Zona	Media	%	DT	Media	%	DT	Media	%	DT	Media	%	DT
L	15.47	38.68%	2.92	23.91	59.78%	3.76	26.14	65.35%	1.46	25.19	62.98%	1.30
C	29.44	73.60%	2.70	19.64	49.10%	3.17	34.12	85.30%	2.55	19.72	49.30%	3.14
R	15.56	38.90%	2.82	23.43	58.58%	4.00	26.42	66.05%	1.42	25.43	63.58%	1.79

Tabla 8: Alumnos que son asignados su primera opción. Media y desviación típica de 1000 simulaciones.

La Tabla 8 resume el número de alumnos asignados en media a su primera opción real y revelada, tanto antes como después de la reforma. Más alumnos periféricos obtienen una plaza en su primera opción real tras la reforma, pero ocurre lo contrario si consideramos la primera opción revelada. Con los alumnos céntricos se observa que tras la reforma se reducen tanto los asignados a su primera opción real como revelada.

La Tabla 10 del Anexo desglosa por zona, antiguo alumno y opción privada a los alumnos que mejoran, empeoran o mantienen su asignación tras la reforma. De esa Tabla 10, se deduce que en la mayoría de categoría se observan más alumnos empeorando que mejorando. La Tabla 9 ilustra las categorías donde se observan más alumnos que mejoran son las siguientes:

			Empeora			Mejora			Igual		
Zona	**AA**	**OP**	**Media**	**%**	**DT**	**Media**	**%**	**DT**	**Media**	**%**	**DT**
L	0	1	1.47	3.67%	0.74	1.66	4.15%	0.78	2.48	6.21%	1.22
L	3	0	1.82	4.55%	0.85	2.49	6.22%	1.26	3.41	8.53%	1.97
L	4	0	1.79	4.47%	0.88	2.38	5.94%	1.34	3.48	8.70%	1.82
L	4	1	1.11	2.76%	0.32	1.24	3.10%	0.44	1.39	3.48%	0.68
R	3	0	1.71	4.27%	0.83	2.97	7.42%	1.43	2.82	7.06%	1.61
R	3	1	1.11	2.78%	0.32	1.14	2.84%	0.35	1.30	3.26%	0.51
R	4	0	2.05	5.11%	0.96	2.13	5.32%	1.18	3.43	8.57%	1.70

Tabla 9: Alumnos que empeoran/mejoran/se quedan igual tras la reforma. Media y desviación típica de 1000 simulaciones.

Las categorías donde hay más alumnos mejorando que empeorando su asignación son de las zonas periféricas, y con puntos de antiguo alumno del colegio K o P. Esto no implica que todos aquellos alumnos que mejoran su asignación tras la reforma pertenezcan exclusivamente a estas categorías, sino más bien que estas categorías son las únicas donde hay más alumnos mejorando que empeorando con la reforma.

Por tanto, de este experimento con simulación de la reforma de la Comunidad de Madrid de 2013 se puede concluir que bajo esta parametrización se observa que los más beneficiados son los alumnos periféricos con puntos de antiguo alumno. Los más perjudicados son los alumnos del centro, que son asignados en mayor medida a colegios *default* o recurriendo a su opción privada. Cabe mencionar que este ejercicio presenta claras limitaciones, dado que es un ejercicio con simulación dónde los parámetros han sido calibrados según supuestos que se han considerado razonables. Este ejercicio solo contempla seis colegios y tres zonas, y por tanto no pretende acercarse a la compleja realidad de los distintos centros que se reparten por toda la Comunidad de Madrid, pero incorpora los principales factores determinantes del problema de asignación modificados en la reforma de 2013. Evidentemente, además de la introducción de un modelo geográfico más complejo, el modelo es susceptible de incorporar más estructura en diferentes dimensiones: la estructura de familia (número de hermanos), la distribución de la opción privada y de antiguo alumno entre las diferentes zonas, además las preferencias reveladas. En el caso de que se dispusiera de estos datos, se podría realizar parametrizaciones más realistas del modelo para obtener resultados más ajustado cuantitativamente. Finalmente, el modelo presentado permitiría analizar las consecuencias del cambio de prioridades si se empleasen otros mecanismos de asignación no manipulables basados en los algoritmos de asignación diferida o ciclos de intercambio óptimos (TTC).

6. Conclusiones

Los planteamientos que se han hecho en las últimas décadas sobre cómo mejorar la asignación escolar para obtener asignaciones estables, eficientes o no manipulables son aportaciones relevantes. Dado un stock de colegios y un conjunto de estudiantes, es relevante tratar de solucionar el problema de asignarles de la mejor forma posible. A la hora de hacer esto, es necesario definir también qué es *la mejor forma posible.*

En este trabajo se ha hablado del *trade-off* entre estabilidad y eficiencia, y los problemas que conlleva que un mecanismo sea manipulable. También se ha descrito el proceso de transformación del sistema tanto en Boston como en Nueva York. Precisamente en Boston, pasaron 2 años desde que la comisión de expertos propuso el TTC y el algoritmo de aceptación diferida hasta que se tomó una decisión sobre cuál implantarían. En ese tiempo los responsables estuvieron reflexionando sobre "[…][s]u posición filosófica con respecto al trade-off entre estabilidad y eficiencia" (Abdulkadiroğlu et al., 2005b).

Sin embargo, si se pretende mejorar el sistema a nivel de igualdad de oportunidades y del bienestar de los alumnos, es necesario asegurar la calidad de los colegios (en términos de efectividad educativa). Esta es la conclusión a la que llegaron aquellos que diseñaron el mecanismo de Nueva York: "La ciudad de Nueva York necesita más colegios buenos" (Abdulkadiroglu et al., 2005a). La teoría y las aplicaciones sobre asignación escolar son útiles porque "para un stock de colegios dado, más estudiantes pueden ser admitidos en los colegios que quieren si el mecanismo de asignación está libre de congestión, para que las preferencias de los estudiantes se tengan en cuenta en su totalidad" (Abdulkadiroglu et al., 2005a).

En el sistema español se pueden observar muchas carencias, siendo la más evidente lo manipulable que es. En los resultados del modelo estructural de

Barcelona se estima que el 96% de los hogares son estratégicos. Sería conveniente que en España se revisara el mecanismo de asignación existente, al igual que se ha hecho en otros países. A pesar de no resolver grandes problemas educativos y de igualdad de oportunidades, se podría mejorar el mecanismo actual y replantear qué tipo se propiedades se quiere priorizar. Adicionalmente, se podría revisar el orden de prioridades que existe actualmente y analizar a qué tipos de familias se le están asignando más puntos. En el caso de la Comunidad de Madrid, es posible que los puntos por hermanos y familia numerosa beneficien sobre todo a familias de rentas altas, mientras que los puntos por la Renta Mínima de Inserción sean los únicos que beneficien a las rentas bajas.

Por tanto, las reformas educativas necesarias para mejorar la igualdad de oportunidades tienen que ir más allá de lo que se puede hacer a través de mecanismos de asignación. Dado que las reformas ambiciosas requieren grandes esfuerzos políticos, una regla de asignación bien planteada es posiblemente una mejora que no requiere tanto esfuerzo político, y que puede suponer un pequeño avance hacia un sistema mejor diseñado.

Referencias

Abdulkadiroglu, A., & Sönmez, T. (2003). School Choice: A Mechanism Design Approach. *American Economic Review Vol 93*, 729-747.

Abdulkadiroglu, A., Pathak, P. A., & Roth, A. E. (2005a). The New York City High School Match. *The American Economic Review Papers and Proceedings* Vol 95-2, 364-367.

Abdulkadiroğlu, A., Pathak, P., & Roth, A. (2009). Strategy-proofness versus Efficiency in Matching with Indifferences: Redesigning the NYC High School Match. *American Economic Review Vol. 99-5*, 1954-78.

Abdulkadiroğlu, A., Pathak, P., Roth, A., & Sönmez, T. (2005b). The Boston Public School Match. *American Economic Review*, Vol 95-2,368-371.

Boston School Committee (2005). *Recommendation to Implement A New BPS Assignment Algorithm*. Obtenido de BPS Strategic Planning Team. Mayo 2005.: https://www.tayfunsonmez.net/policy-impact/ (Acceso 19 de enero de 2020)

Calsamiglia, C. (2011). School Choice in Spain: Theory and Evidence. *Els Opuscles del CREI*, num. 29.

Calsamiglia, C. (2014). *Matching Practices for elementary and secondary Schools – Spain.* Obtenido de MiP Country Profile 17: http://www.matching-in-practice.eu/matching-practices-for-elementary-and-secondary-schools-spain/#2

Calsamiglia, C., Fu, C., & Güell, M. (2019). Structural Estimation of a Model of School Choices: the Boston Mechanism vs. Its Alternatives. De próxima aparición, *Journal of Political Economy*.

Consejería de Educación, Juventud y Transporte. (2020) *Portal del ciudadano*. Obtenido de Comunidad de Madrid: http://www.madrid.org/cs/Satellite?c=CM_ConvocaPrestac_FA&cid=1354195105087&noMostrarML=true&pageid=1331802501637&pagename=PortalCiudadano/CM_ConvocaPrestac_FA/PCIU_fichaConvocaPrestac&vest=1331802501621#EpigafeNor (Acceso 20 de enero de 2020).

Cook, G. (9 de Sept. de 2003). School Assignment Flaws Detailed. *The Boston Globe*.

Ergin, H. I. (2002). Efficient Resource Allocation on the Basis of Priorities. *Econometrica*, 70- 6,. 2489-2497 .

Gale, D., & Shapley, L. (1962). College Admissions and the Stability of Marriage. *The American Mathematical Monthly* 69, 9-15.

Glaeser , E., Resseger, M., & Tobio, K. (2009). Inequialities in Cities.

Haeringer, G. (2018). *Market Design: Auctions and Matching.* MIT Press.

Hamnett, C., & Butler, T. (2007). The Geography of Education: Introduction. *Urban Studies June 2007*, 44-7, 1161– 1174,.

Hitsch, G., Hortaçsu, A., & Ariely, D. (2010). Matching and Sorting in Online Dating. *American Economic Review* 100-1, 130-163.

INE. (20 de enero de 2020). *Censos de Población y Viviendas 2011*. Obtenido de Hogares según su tamaño por estructura del hogar: https://www.ine.es/jaxi/Tabla.htm?path=/t20/e244/hogares/p03/l0/&file=03011.px&L=0

Kesten, O. (2010). School Choice with Consent. *The Quarterly Journal of Economics*, 125-3, 1297-1348.

Requena, M. (2016). *El Ascensor Social.* Observatorio Social La Caixa.

Roth, A. E. (1982). The Economics of Matching: Stability and Incentives. *Mathematics of Operations Research* 7-4, 617-628.

Roth, A. E. (1984a). The Evolution Of The Labor Market for Medical Interns and Residents: A Case Study In Game Theory. *Journal of Political Economy*, 92-6, 991-1016.

Roth, A. E. (2015). *Who Gets What - and Why.* Eamon Dolan Books.

Roth, A., Sönmez, T., & Ünver, M.U. (2004). Kidney exchange. *The Quarterly Journal of Economics* 119-2. 457-488.

Shapley, L., & Scarf, H. (1974). On cores and indivisibility. *Journal of mathematical economics* 1, 23-37.

Anexo

Tabla 10: Alumnos que mejoran/empeoran/igualan su asignación tras la reforma. Media y desviación típica de 1000 simulaciones.

			Empeora			Mejora			Igual		
Zona	**AA**	**OP**	**Media**		**DT**	**Media**		**DT**	**Media**		**DT**
L	0	0	4.32	10.80%	1.72	3.82	9.56%	1.75	12.72	31.8%	2.75
L	0	1	1.47	3.67%	0.74	1.66	4.15%	0.78	2.48	6.2%	1.22
L	3	0	1.82	4.55%	0.85	2.49	6.22%	1.26	3.41	8.5%	1.97
L	3	1	1.18	2.95%	0.50	1.17	2.92%	0.38	1.53	3.8%	0.81
L	4	0	1.79	4.47%	0.88	2.38	5.94%	1.34	3.48	8.7%	1.82
L	4	1	1.11	2.76%	0.32	1.24	3.10%	0.44	1.39	3.5%	0.68
C	0	0	4.18	10.45%	1.76	1.00	2.50%	-	5.30	13.3%	2.42
C	0	1	1.53	3.83%	0.66	1.00	2.50%	0.00	1.79	4.5%	1.05
C	3	0	4.59	11.46%	1.84	2.39	5.98%	1.19	6.17	15.4%	2.25
C	3	1	1.82	4.55%	1.02	1.00	2.50%	-	2.14	5.4%	1.31
C	4	0	4.02	10.05%	1.76	1.29	3.21%	0.49	5.37	13.4%	2.25
C	4	1	1.58	3.95%	0.82	1.17	2.92%	0.41	1.68	4.2%	0.92
R	0	0	5.88	14.70%	2.02	3.50	8.75%	1.46	11.27	28.2%	2.91
R	0	1	1.66	4.16%	0.94	1.31	3.28%	0.60	2.34	5.8%	1.14
R	3	0	1.71	4.27%	0.83	2.97	7.42%	1.43	2.82	7.1%	1.61
R	3	1	1.11	2.78%	0.32	1.14	2.84%	0.35	1.30	3.3%	0.51
R	4	0	2.05	5.11%	0.96	2.13	5.32%	1.18	3.43	8.6%	1.70
R	4	1	1.22	3.05%	0.49	1.00	2.50%	0.00	1.32	3.3%	0.51

simulacion_v2.R

```
library(dplyr)

library(fabricatr)

library(xlsx)

num_alumnos=120


#algoritmo BM

indice=function(vector, valor){
  indice=rep(0, times=length(vector))
  for (i in 1:length(vector)){
    if (vector[i]==valor & !is.na(vector[i])) indice[i]=i
  }
  return(indice[indice>0])
}

BM=function(df, q){
  asignacion=rep(NA, times=length(zona_cat))
  Pos1_rev=df$Pos1_rev
  Pos2_rev=df$Pos2_rev
  Pos3_rev=df$Pos3_rev
  puntos=df$puntos_tot
  q_0=q
  for (r in 1:3) #3 rondas
  {
    pref_reveladas_coles=eval(parse(text=paste("Pos",r,"_rev", sep=""))
))
    for (i in 1:length(q))
    { #para cada colegio
      puntos_peticiones=puntos[pref_reveladas_coles==i & !is.na(pref_r
eveladas_coles) & is.na(asignacion)]
      alumnos_peticiones=indice(pref_reveladas_coles, i)
      mask=is.na(asignacion)[alumnos_peticiones]
      alumnos_peticiones=alumnos_peticiones[mask]
      if (q[i]>0)
      {
        for (j in 1:q[i])#para cada plaza
        {
          puntos_peticiones_sinNA=puntos_peticiones[!(is.na(puntos_pet
iciones))] #los puntos de los que piden el colegio
          if (length(puntos_peticiones_sinNA)>0)
          {
            index_max_pet= indice(puntos_peticiones,(max(puntos_petici
ones_sinNA)))
            #empates
            if (length(index_max_pet)>1)
            {random=runif(length(index_max_pet))
            ind=indice(random, max(random))
            index_max_pet=index_max_pet[ind]}
```

```
            puntos_peticiones[index_max_pet]=NA
            index_max=alumnos_peticiones[index_max_pet]
            asignacion[index_max]=i
          }
        }
      }
      n_asign=sum(asignacion==i & !is.na(asignacion))
      q[i]=q_0[i]-n_asign
      #print(c(i,q[i],q_0[i],n_asign))
    }
  }
  return(asignacion)
}

mat_vacia=matrix(data=NA, nrow=num_alumnos, ncol=22)
df_vacio=data.frame(mat_vacia)

names(df_vacio)[1]="sim"
names(df_vacio)[2]="zona_cat"
names(df_vacio)[3]="hermanos_cat"
names(df_vacio)[4]="prudente"
names(df_vacio)[5]="AA"
names(df_vacio)[6]="OP"
names(df_vacio)[7]="Pos1"
names(df_vacio)[8]="Pos2"
names(df_vacio)[9]="Pos3"
names(df_vacio)[10]="Pos1_rev"
names(df_vacio)[11]="Pos2_rev"
names(df_vacio)[12]="Pos3_rev"
names(df_vacio)[13]="pun_zona"
names(df_vacio)[14]="pun_hermanos"
names(df_vacio)[15]="pun_AA"
names(df_vacio)[16]="puntos_tot"
names(df_vacio)[17]="asignacion_antes"
names(df_vacio)[18]="Pos1_rev_desp"
names(df_vacio)[19]="Pos2_rev_desp"
names(df_vacio)[20]="Pos3_rev_desp"
names(df_vacio)[21]="puntos_tot_desp"
names(df_vacio)[22]="asignacion_despues"

for( i in 1:100){
  zona_cat=draw_categorical(prob=c(1/3,1/3,1/3), category_labels = c(1
,2,3),N=num_alumnos)
  hermanos_cat=draw_categorical( prob=c(0.3534,0.4335,0.0974,0.016), N
=num_alumnos)
  sim=rep(i, ntimes=num_alumnos)
  df=data.frame(sim,zona_cat,hermanos_cat)
  df_L=df %>% filter(zona_cat==1)
  df_L=df_L %>% mutate(AA=draw_categorical(prob = c(0.2,0.2,0.6), N=di
m(df_L)[1], category_labels = c(3,4,0))) %>%
    mutate(OP=draw_categorical(prob=c(0.15,0.85), N=dim(df_L)[1], cate
gory_labels = c(1,0))) %>%
    mutate(prudente=NA)
  df_C=df %>% filter(zona_cat==2)
```

```
  df_C=df_C %>% mutate(AA=draw_categorical(prob = c(0.4,0.3,0.3), N=di
m(df_C)[1], category_labels = c(3,4,0))) %>%
    mutate(OP=draw_categorical(prob=c(0.2,0.8), N=dim(df_C)[1], catego
ry_labels = c(1,0))) %>%
    mutate(prudente=draw_categorical(prob = c(0.3,0.7), N=dim(df_C)[1]
, category_labels = c(1,0)))
  df_R=df %>% filter(zona_cat==3)
  df_R=df_R %>% mutate(AA=draw_categorical(prob = c(0.2, 0.2,0.6), N=d
im(df_R)[1], category_labels = c(3,4,0))) %>%
    mutate(OP=draw_categorical(prob=c(0.15,0.85), N=dim(df_R)[1], cate
gory_labels = c(1,0)))  %>%
    mutate(prudente=NA)
  ###################################################
  df_L=df_L %>% mutate(Pos1=draw_categorical(N=dim(df_L)[1], p=c(0.5,0
.3,0.2), category_labels = c(1,4,3))) %>%
    mutate(Pos2=ifelse(Pos1==1,2,ifelse(Pos1==4,1,ifelse(Pos1==3,1,NA)
))) %>%
    mutate(Pos3=ifelse(Pos2==1,2,NA))%>% mutate(Pos2=ifelse(OP==1,NA,P
os2)) %>%
    mutate(Pos3=ifelse(OP==1,NA, Pos3))
  df_C=df_C %>% mutate(Pos1=draw_categorical(prob=c(0.6,0.4), N=dim(df
_C)[1], category_labels = c(3,4))) %>%
    mutate(Pos2=ifelse(Pos1==3,4,ifelse(Pos1==4,3,NA))) %>%
    mutate(Pos3=draw_categorical(prob=c(0.5,0.5), N=dim(df_C)[1], cate
gory_labels = c(1,5))) %>%
    mutate(Pos3=ifelse(OP==1, NA, Pos3))
  df_R=df_R %>% mutate(Pos1=draw_categorical(N=dim(df_R)[1], p=c(0.5,0
.3,0.2), category_labels = c(5,3,4))) %>%
    mutate(Pos2=ifelse(Pos1==5,6,ifelse(Pos1==4,5,ifelse(Pos1==3,5,NA)
))) %>%
    mutate(Pos3=ifelse(Pos2==5,6,NA))%>% mutate(Pos2=ifelse(OP==1,NA,P
os2)) %>%
    mutate(Pos3=ifelse(OP==1,NA, Pos3))

  #PRE REFORMA
  df_L_PRE=df_L %>% mutate(Pos1_rev=ifelse(OP==1, Pos1, 1)) %>% mutate
(Pos2_rev=ifelse(OP==1, Pos2, 2)) %>%
    mutate(Pos3_rev=ifelse(OP==1, Pos3, NA))
  df_C_PRE= df_C %>% mutate(Pos1_rev=ifelse(OP==1 | Pos1!=3 |prudente=
=0, Pos1, Pos2)) %>%
    mutate(Pos2_rev=ifelse(OP==1 | Pos1!=3, Pos2, Pos3))  %>% mutate(P
os3_rev=ifelse(OP==1 | Pos1!=3, Pos3, NA))
  df_R_PRE=df_R %>% mutate(Pos1_rev=ifelse(OP==1, Pos1, 5)) %>% mutate
(Pos2_rev=ifelse(OP==1, Pos2, 6)) %>%
    mutate(Pos3_rev=ifelse(OP==1, Pos3, NA))

  #post
  df_L_POST=df_L %>% mutate(Pos1_rev=ifelse(OP==1 | Pos1==1, Pos1, ife
lse(AA!=2,AA,Pos1) )) %>% mutate(Pos2_rev=ifelse(Pos1==Pos1_rev | Pos1
_rev==AA, Pos2, Pos3)) %>%
    mutate(Pos3_rev=ifelse(Pos1==Pos1_rev | Pos1_rev==AA, Pos3, NA))
  df_C_POST= df_C %>% mutate(Pos1_rev=ifelse(OP==1 | Pos1==4, Pos1,  i
felse(AA %in% c(3,4), AA, 4 ))) %>%
    mutate(Pos2_rev=ifelse(Pos1_rev==Pos1, Pos2, Pos3)) %>% mutate(Pos
```

```
3_rev=ifelse(Pos1==Pos1_rev, Pos3, NA))
  df_R_POST=df_R %>% mutate(Pos1_rev=ifelse(OP==1 | Pos1==5, Pos1, ife
lse(AA!=6,AA,Pos1) )) %>% mutate(Pos2_rev=ifelse(Pos1==Pos1_rev | Pos1
_rev==AA, Pos2, Pos3)) %>%
    mutate(Pos3_rev=ifelse(Pos1==Pos1_rev | Pos1_rev==AA, Pos3, NA))

  #puntos
  puntos_hermanos=c(0,10,20,30)

  #puntos antes
  puntos_zona_antes=c(4,4,1)
  df_L_PRE=df_L_PRE %>% mutate(pun_zona=ifelse(Pos1_rev %in% c(1,2),pu
ntos_zona_antes[1],puntos_zona_antes[3])) %>%
    mutate(pun_hermanos=puntos_hermanos[hermanos_cat+1]) %>%
    mutate(pun_AA=ifelse(Pos1_rev==AA,2.5,0))
  df_C_PRE=df_C_PRE %>% mutate(pun_zona=ifelse(Pos1_rev %in% c(3,4),pu
ntos_zona_antes[2],puntos_zona_antes[3])) %>%
    mutate(pun_hermanos=puntos_hermanos[hermanos_cat+1]) %>%
    mutate(pun_AA=ifelse(Pos1_rev==AA,2.5,0))
  df_R_PRE=df_R_PRE %>% mutate(pun_zona=ifelse(Pos1_rev %in% c(5,6),pu
ntos_zona_antes[1],puntos_zona_antes[3])) %>%
    mutate(pun_hermanos=puntos_hermanos[hermanos_cat+1]) %>%
    mutate(pun_AA=ifelse(Pos1_rev==AA,2.5,0))

  df_L_PRE=df_L_PRE %>% mutate(puntos_tot=pun_zona+pun_hermanos+pun_AA
)
  df_C_PRE=df_C_PRE %>% mutate(puntos_tot=pun_zona+pun_hermanos+pun_AA
)
  df_R_PRE=df_R_PRE %>% mutate(puntos_tot=pun_zona+pun_hermanos+pun_AA
)
  df_antes=rbind(df_L_PRE,df_C_PRE,df_R_PRE)
  #puntos despues

  puntos_zona_despues=c(4,4.5,2)
  df_L_POST=df_L_POST %>% mutate(pun_zona=ifelse(Pos1_rev %in% c(1,2),
puntos_zona_despues[1],puntos_zona_despues[3])) %>%
    mutate(pun_hermanos=puntos_hermanos[hermanos_cat+1]) %>%
    mutate(pun_AA=ifelse(Pos1_rev==AA,2.5,0))
  df_C_POST=df_C_POST %>% mutate(pun_zona=ifelse(Pos1_rev %in% c(3,4),
puntos_zona_despues[2],puntos_zona_despues[3])) %>%
    mutate(pun_hermanos=puntos_hermanos[hermanos_cat+1]) %>%
    mutate(pun_AA=ifelse(Pos1_rev==AA,2.5,0))
  df_R_POST=df_R_POST %>% mutate(pun_zona=ifelse(Pos1_rev %in% c(5,6),
puntos_zona_despues[1],puntos_zona_despues[3])) %>%
    mutate(pun_hermanos=puntos_hermanos[hermanos_cat+1]) %>%
    mutate(pun_AA=ifelse(Pos1_rev==AA,2.5,0))

  df_L_POST=df_L_POST %>% mutate(puntos_tot=pun_zona+pun_hermanos+pun_
AA)
  df_C_POST=df_C_POST %>% mutate(puntos_tot=pun_zona+pun_hermanos+pun_
AA)
  df_R_POST=df_R_POST %>% mutate(puntos_tot=pun_zona+pun_hermanos+pun_
AA)
```

```
  df_despues=rbind(df_L_POST, df_C_POST, df_R_POST)

  #capacidad
  q=c(24,120,20,20,24,120)

  #asignacion
  asignacion_antes=BM(df_antes,q)
  df_asign_antes=cbind(df_antes, asignacion_antes)
  df_asign_antes=df_asign_antes %>% mutate(asignacion_antes=ifelse(is.
na(asignacion_antes) & OP==0 & zona_cat==1,2,ifelse(is.na(asignacion_a
ntes) & OP==0 & zona_cat==3,6,asignacion_antes)))

  num_nas_2=df_asign_antes%>% filter(is.na(asignacion_antes) & OP==0 &
zona_cat==2) %>% group_by(asignacion_antes) %>%summarise(total=n())

  df_asign_antes=df_asign_antes %>%
    mutate(asignacion_antes=ifelse(is.na(asignacion_antes) & OP==0 & z
ona_cat==2, draw_categorical(prob=c(0.5,0.5), N=as.integer(num_nas_2[2
]),category_labels=c(2,6)),asignacion_antes))


  asignacion_despues=BM(df_despues,q)
  df_asign_despues=cbind(df_despues, asignacion_despues)
  df_asign_despues=df_asign_despues %>% mutate(asignacion_despues=ifel
se(is.na(asignacion_despues) & OP==0 & zona_cat==1,2,ifelse(is.na(asig
nacion_despues) & OP==0 & zona_cat==3,6,asignacion_despues)))

  num_nas_2_des=df_asign_despues%>% filter(is.na(asignacion_despues) &
OP==0 & zona_cat==2) %>% group_by(asignacion_despues) %>%summarise(tot
al=n())
  df_asign_despues=df_asign_despues %>%
    mutate(asignacion_despues=ifelse(is.na(asignacion_despues) & OP==0
& zona_cat==2, draw_categorical(prob=c(0.5,0.5), N= as.integer(num_nas
_2_des[2]),category_labels=c(2,6)),asignacion_despues))


  df_asign_despues=df_asign_despues %>% rename(Pos1_rev_desp=Pos1_rev,
Pos2_rev_desp= Pos2_rev, Pos3_rev_desp=Pos3_rev, puntos_tot_desp=punto
s_tot)
  df_asign_despues_res = df_asign_despues %>%
    select(Pos1_rev_desp,Pos2_rev_desp,Pos3_rev_desp,puntos_tot_desp,
asignacion_despues)
  df_antes_despues=cbind(df_asign_antes, df_asign_despues_res)

  df_vacio=rbind(df_vacio,df_antes_despues)

}

df_antes_despues=df_vacio[121: 12120,]
df_antes_despues %>% group_by(sim) %>%summarise(total=n())

## # A tibble: 100 x 2
##       sim total
```

```
##     <int> <int>
##   1     1   120
##   2     2   120
##   3     3   120
##   4     4   120
##   5     5   120
##   6     6   120
##   7     7   120
##   8     8   120
##   9     9   120
## 10    10   120
## # ... with 90 more rows

# Los que van a OP antes y despues--> los NA con OP=1
OP_antes=df_antes_despues %>%filter(OP==1, is.na(asignacion_antes) | a
signacion_antes!=Pos1) %>% group_by(sim,zona_cat)  %>%
  summarise(total= n()) %>% group_by(zona_cat) %>% summarise(avg_sim=m
ean(total), desv_st=sd(total))
OP_despues=df_antes_despues %>%filter(OP==1, is.na(asignacion_despues)
| asignacion_despues!=Pos1) %>% group_by(sim,zona_cat)  %>%
  summarise(total= n()) %>% group_by(zona_cat) %>% summarise(avg_sim=m
ean(total), desv_st=sd(total))

#primera opcion revelada antes y despues
primera_revelada_antes= df_antes_despues %>% filter(Pos1_rev==asignaci
on_antes) %>% group_by(sim,zona_cat)  %>%
  summarise(total= n()) %>% group_by(zona_cat) %>% summarise(avg_sim=m
ean(total), desv_st=sd(total))
primera_revelada_despues=df_antes_despues %>%filter(Pos1_rev==asignaci
on_despues) %>% group_by(sim,zona_cat) %>%
  summarise(total= n()) %>% group_by(zona_cat) %>% summarise(avg_sim=m
ean(total), desv_st=sd(total))

#primera opcion real antes y despues
primera_real_antes= df_antes_despues %>% filter(Pos1==asignacion_antes
) %>% group_by(sim, zona_cat)%>%
  summarise(total= n()) %>% group_by(zona_cat) %>% summarise(avg_sim=m
ean(total), desv_st=sd(total))
primera_real_despues=df_antes_despues %>%filter(Pos1==asignacion_despu
es) %>% group_by(sim, zona_cat) %>%
  summarise(total= n()) %>% group_by(zona_cat) %>% summarise(avg_sim=m
ean(total), desv_st=sd(total))

#cuantos pasan al default por zona
def_antes=df_antes_despues %>% filter(asignacion_antes %in% c(2,6))  %
>% group_by(sim, zona_cat)%>%
  summarise(total= n()) %>% group_by(zona_cat) %>% summarise(avg_sim=m
ean(total), desv_st=sd(total))

def_despues=df_antes_despues %>% filter(asignacion_despues %in% c(2,6)
)  %>% group_by(sim, zona_cat)%>%
  summarise(total= n()) %>% group_by(zona_cat) %>% summarise(avg_sim=m
ean(total), desv_st=sd(total))
```

```
#colegios
colegios_antes=df_antes_despues %>% group_by(sim, asignacion_antes)%>%
 summarise(total= n()) %>% group_by(asignacion_antes) %>% summarise(av
g_sim=mean(total), desv_st=sd(total))
colegios_despues=df_antes_despues %>% group_by(sim, asignacion_despues
)%>%
 summarise(total= n()) %>% group_by(asignacion_despues) %>% summarise(
avg_sim=mean(total), desv_st=sd(total))


cond_iguales=(asignacion_antes==asignacion_despues & !is.na(asignacion
_antes) & !is.na(asignacion_despues)| (is.na(asignacion_antes) & is.na
(asignacion_despues)))

mejoras=df_antes_despues  %>%
 mutate(mejora=ifelse(asignacion_despues==Pos1 & !is.na(asignacion_des
pues) & (asignacion_antes!=Pos1 | is.na(asignacion_antes)),1,ifelse(as
ignacion_despues==Pos2 & !is.na(asignacion_despues) & ((asignacion_ant
es!=Pos1 & asignacion_antes!=Pos2)|is.na(asignacion_antes)),1,ifelse(c
ond_iguales,99,0))))

mejoras_res=mejoras %>%  group_by(sim, mejora, zona_cat, AA,OP)%>%
 summarise(total= n()) %>% group_by(mejora, zona_cat,AA,OP) %>% summar
ise(avg_sim=mean(total), desv_st=sd(total))

mejoras_zona=mejoras %>%  group_by(sim, mejora, zona_cat)%>%
  summarise(total= n()) %>% group_by(mejora, zona_cat) %>% summarise(a
vg_sim=mean(total), desv_st=sd(total))

mejoras_OP=mejoras %>%  group_by(sim, mejora, OP)%>%
  summarise(total= n()) %>% group_by(mejora,OP) %>% summarise(avg_sim=
mean(total), desv_st=sd(total))

mejoras_AA=mejoras %>%  group_by(sim, mejora, AA)%>%
  summarise(total= n()) %>% group_by(mejora, AA) %>% summarise(avg_sim
=mean(total), desv_st=sd(total))

write.xlsx(as.data.frame(OP_antes), "c:/Users/belen/OneDrive/Escritori
o/TFG_ECO/resultados.xlsx", sheetName = "OP_antes",
           col.names = TRUE, row.names = FALSE, append = TRUE, showNA
= TRUE)
write.xlsx(as.data.frame(OP_despues), "c:/Users/belen/OneDrive/Escrito
rio/TFG_ECO/resultados.xlsx", sheetName = "OP_despues",
           col.names = TRUE, row.names = FALSE, append = TRUE, showNA
= TRUE)
write.xlsx(as.data.frame(colegios_antes), "c:/Users/belen/OneDrive/Esc
ritorio/TFG_ECO/resultados.xlsx", sheetName = "colegios_antes",
           col.names = TRUE, row.names = FALSE, append = TRUE, showNA
= TRUE)
write.xlsx(as.data.frame(colegios_despues), "c:/Users/belen/OneDrive/E
scritorio/TFG_ECO/resultados.xlsx", sheetName = "colegios_despues",
           col.names = TRUE, row.names = FALSE, append = TRUE, showNA
```

```
= TRUE)
write.xlsx(as.data.frame(def_antes), "c:/Users/belen/OneDrive/Escritor
io/TFG_ECO/resultados.xlsx", sheetName = "def_antes",
           col.names = TRUE, row.names = FALSE, append = TRUE, showNA
= TRUE)
write.xlsx(as.data.frame(def_despues), "c:/Users/belen/OneDrive/Escrit
orio/TFG_ECO/resultados.xlsx", sheetName = "def_despues",
           col.names = TRUE, row.names = FALSE, append = TRUE, showNA
= TRUE)
write.xlsx(as.data.frame(primera_real_antes), "c:/Users/belen/OneDrive
/Escritorio/TFG_ECO/resultados.xlsx", sheetName = "primera_real_antes"
,
           col.names = TRUE, row.names = FALSE, append = TRUE, showNA
= TRUE)
write.xlsx(as.data.frame(primera_real_despues), "c:/Users/belen/OneDri
ve/Escritorio/TFG_ECO/resultados.xlsx", sheetName = "primera_real_desp
ues",
           col.names = TRUE, row.names = FALSE, append = TRUE, showNA
= TRUE)
write.xlsx(as.data.frame(primera_revelada_antes), "c:/Users/belen/OneD
rive/Escritorio/TFG_ECO/resultados.xlsx", sheetName = "primera_revelad
a_antes",
           col.names = TRUE, row.names = FALSE, append = TRUE, showNA
= TRUE)
write.xlsx(as.data.frame(primera_revelada_despues), "c:/Users/belen/On
eDrive/Escritorio/TFG_ECO/resultados.xlsx", sheetName = "primera_revel
ada_despues",
           col.names = TRUE, row.names = FALSE, append = TRUE, showNA
= TRUE)

write.xlsx(as.data.frame(mejoras_res), "c:/Users/belen/OneDrive/Escrit
orio/TFG_ECO/resultados.xlsx", sheetName = "mejoras_res",
           col.names = TRUE, row.names = FALSE, append = TRUE, showNA
= TRUE)

write.xlsx(as.data.frame(mejoras_zona), "c:/Users/belen/OneDrive/Escri
torio/TFG_ECO/resultados.xlsx", sheetName = "mejoras_zona",
           col.names = TRUE, row.names = FALSE, append = TRUE, showNA
= TRUE)
write.xlsx(as.data.frame(mejoras_AA), "c:/Users/belen/OneDrive/Escrito
rio/TFG_ECO/resultados.xlsx", sheetName = "mejoras_AA",
           col.names = TRUE, row.names = FALSE, append = TRUE, showNA
= TRUE)
write.xlsx(as.data.frame(mejoras_OP), "c:/Users/belen/OneDrive/Escrito
rio/TFG_ECO/resultados.xlsx", sheetName = "mejoras_OP",
           col.names = TRUE, row.names = FALSE, append = TRUE, showNA
= TRUE)
```